

# HÖGSTADIETS MATEMATIKTÄVLING 2017/18

## FINALTÄVLING 20 JANUARI 2018

**Skrivtid:**  $9^{00} - 12^{00}$

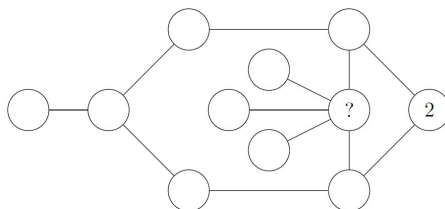
Motivera alla lösningar väl. Lämna in allt du kommer fram till, även dellösningar.

**OBS!** Lös varje uppgift på ett separat blad! Skriv läsligt!

Varje lösning ger 0 – 7 poäng.

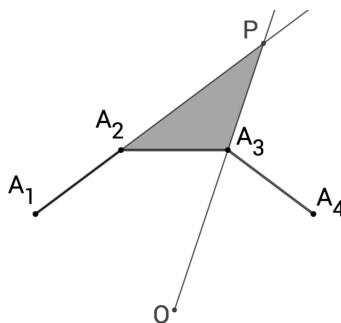
*Lycka till!*

1. Säg att ett heltal är *aktuellt* om alla dess siffror finns med i 2018 (t.ex. är 22882800 aktuellt, men 24 är inte aktuellt). Hur många positiva aktuella heltal är  $\leq 2018$ ?
2. I figur 1 ska cirklarna fyllas med varsitt tal (positivt eller negativt, inte nödvändigtvis heltal) på så sätt att varje cirkel innehåller summan av talen i de cirklar den är ansluten till. En cirkel är redan ifylld. Vilka tal kan stå vid frågetecknet?



Figur 1: Problem 2

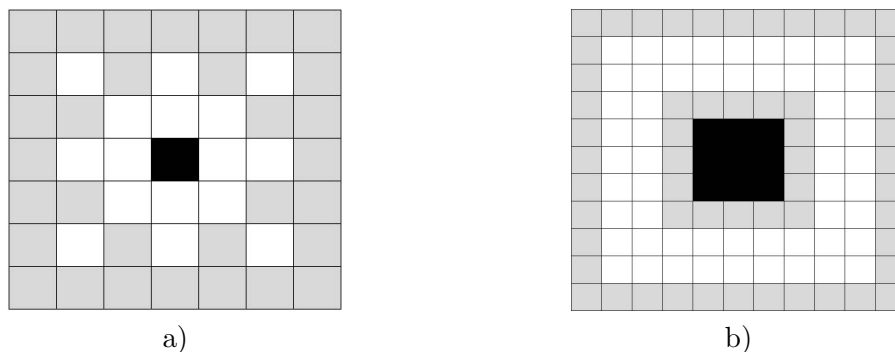
3. Om du byter plats på första och sista siffran i ett primtal  $P$  får du ibland ett *annat* primtal  $Q$ . Finn alla sådana primtal  $P$  där  $P - Q$  dessutom är ett kvadrattal.
4. En regelbunden  $n$ -hörning har centrum i  $O$  och hörn  $A_1, A_2, \dots, A_n$ . Linjen genom  $O$  och  $A_3$  skär förlängningen av sidan  $A_1A_2$  i punkten  $P$ . Punkterna  $A_2, A_3$  och  $P$  bildar en *likbent* triangel. Hur många hörn har  $n$ -hörningen?



Figur 2: Problem 4

*Var god vänd!*

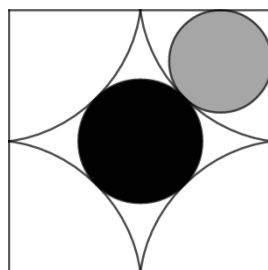
5. Två spelbräden är indelade i vita och grå rutor, och båda har ett hål i mitten (se figur 3). På var och en av de vita rutorna står en pjäs. Pjäserna kan flyttas genom att hoppa över en intilliggande pjäs till en tom ruta, antingen vågrätt, lodrätt, eller diagonalt. Går det att, för vart och ett av bräderna, nå en uppställning där alla pjäser står på de grå rutorna?



Figur 3: Problem 5

6. I en kvadrat med sidlängd 2 (se figur 4) ritar vi in kvartscirklar med radie 1, en med centrum i varje hörn. Den svarta cirkeln har centrum i kvadratens mittpunkt, och är så stor att den precis rör vid alla fyra kvartscirklar. Den grå cirkeln i hörnet rör precis vid både kvadratens två sidor och vid kvartscirkeln.

Vilken är störst, den svarta cirkeln eller den grå cirkeln?



Figur 4: Problem 6

Sponsorer

