

HÖGSTADIETS MATEMATIKTÄVLING 2018/19

FINALTÄVLING 19 JANUARI 2019

Skrivtid: 9⁰⁰ – 12⁰⁰

Motivera alla lösningar väl. Lämna in allt du kommer fram till, även dellösningar.

OBS! Lös varje uppgift på ett separat blad! Skriv läsligt!

Varje lösning ger 0 – 7 poäng.

Lycka till!

1. I det positiva sexsiffriga heltalet N står siffrorna i strikt stigande ordning från vänster till höger. Bestäm de sexsiffriga tal N som är delbara med 6.

2. Talen x och y är icke-negativa, och exakt ett av följande påståenden är falskt. Vilka är talen?

(a) $y \geq x$

(b) $y \leq x^2$

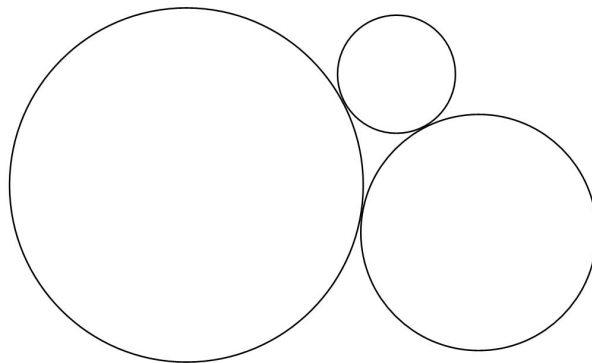
(c) $y \geq 100 - x$

(d) $x + y \leq 1$

(e) $x + y \leq 2$

3. I figur 1 finns tre cirklar med radie 1, 2, respektive 3. De är placerade så att var och en av dem tangerar de båda andra, utan att överlappa någon av dem. För varje par av cirklar drar vi nu den gemensamma tangenten genom den punkt där cirklarna tangerar varandra.

Kommer någon av dessa tre tangenter gå igenom den tredje cirkelns mittpunkt?



Figur 1: Problem 3

Var god vänd!

4. Hur många fyrsiffriga tal $abcd$ finns det där alla tal $a, b, c, d, ab, bc, cd, abc, bcd$ och $abcd$ är primtal?
5. I Fibonaccis oändligt långa talföljd är ett tal i serien alltid lika med summan av de två tidigare talen, till exempel $8 = 5 + 3$. Med de tretton första talen utskrivna ser följden ut så här:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ...

Utan att räkna ut alla tal i talföljden, finn ett sätt att bestämma alla tal som är delbara med 3.

6. Låt ABC vara en godtycklig triangel med arean 25 cm^2 . Mitt på sidan AB ligger punkten P och mitt på sidan BC ligger punkten Q . Punkterna M och N delar sidan AC i tre lika långa delar.

Nu dras en linje genom PM och en linje genom QN så att de två linjerna skär varandra i en punkt D utanför triangeln ABC . Bestäm arean av fyrhörningen $ABCD$.

Sponsorer

