

# HÖGSTADIETS MATEMATIKTÄVLING 2020/21

## FINALTÄVLING 13 MARS 2021

**Skrivtid:**  $10^{00} - 13^{00}$

Motivera alla lösningar väl. Lämna in allt du kommer fram till, även dellösningar.

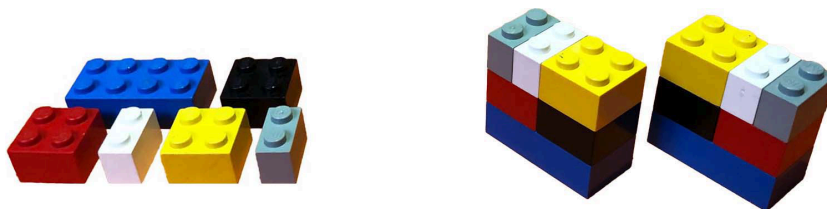
**OBS!** Lös varje uppgift på ett separat blad! Skriv läsligt!

Varje lösning ger 0 – 7 poäng.

*Lycka till!*

1. Bestäm antalet niosiffriga tal på formen *blablabla* som är delbara med 24.
2. Legolas vill bygga ett rätblock av alla de sex byggklossarna nedan. Rätblocket måste vara tre lager högt, till exempel som de två rätblocken i figuren nedan.

Två rätblock anses vara lika om de kan roteras så att de blir lika, precis som de två rätblocken i figuren. Hur många *olika* rätblock kan han bygga?



Figur 1: Problem 2

3. I triangeln  $ABC$  är vinkeln vid  $A$  rät. På sidan  $BC$  markeras punkten  $D$  så att  $|BD| = |AB|$ , och punkten  $E$  så att  $|CE| = |AC|$ . Bestäm vinkeln  $DAE$ .
4. I den tyska musikantfamiljen Die Ophantos går yrket i arv. I den yngsta generationen finns tre systrar som spelar triangel, och just nu faller det sig så att
  - i. exakt en av deras åldrar är ett primtal
  - ii. tre gånger summan av deras åldrar blir precis tio gånger mellanbarnets ålder
  - iii. deras åldrar är sidolängder i en rätvinklig triangel

Hur gamla är de tre systrarna?

*Var god vänd!*

5. Framför en stor säck med bollar står ett led av barn. Barnen plockar bollar ur säcken på följande sätt:

- Det första barnet tar *en* boll, och sedan en tiondel av de återstående bollarna.
- Det andra barnet tar *två* bollar, och sedan en tiondel av de återstående bollarna.
- Det tredje barnet tar *tre* bollar, och sedan en tiondel av de återstående bollarna.
- ...

Enligt samma mönster fortsätter barnen plocka bollar ur säcken. När det sista barnet har plockat alla sina bollar är säcken tom, och alla barn visar sig ha lika många bollar. Hur många barn kan ha stått i ledet?

6. Detta är den 33:e omgången av HMT, som började med en kvaltävling 2020-11-10, och avslutas med detta problem i finalen 2021-03-13. Finn alla heltalslösningar till ekvationen

$$H + M + T = 33$$

där  $H, M, T > 1$  och där de tre resterna vid divisionerna

$$\frac{20}{H} \quad \frac{20}{M} \quad \frac{1110}{T}$$

är tre på varandra följande tal (i någon ordning), och de tre resterna vid divisionerna

$$\frac{20}{H} \quad \frac{21}{M} \quad \frac{313}{T}$$

är samma tre på varandra följande tal (i någon ordning).

Sponsorer

---

