

# HÖGSTADIETS MATEMATIKTÄVLING 2024/25

## FINALTÄVLING 25 JANUARI 2025

**Skrivtid:**  $9^{00} - 12^{00}$

Motivera alla lösningar väl. Lämna in allt du kommer fram till, även dellösningar.

**OBS!** Lös varje uppgift på ett separat blad! Skriv läsligt!

Varje lösning ger 0 – 7 poäng.

*Lycka till!*

1. Om

$$x + y = F$$

$$x - y = Y$$

$$x \cdot y = R$$

$$\frac{x}{y} = A$$

finn alla  $x$  och  $y$  så att

$$F + Y + R + A = 0$$

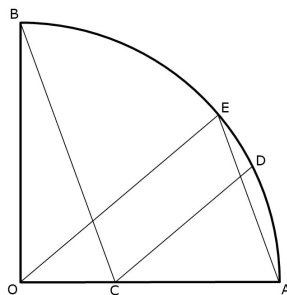
2. Idag, 25 januari 2025, planterar Yin ett  $n$ -träd i sin japanska trädgård. När det planteras har det bara en gren. Varje vår växer det sedan ut  $n$  nya grenar från varje befintlig gren. Varje höst får var och en av årets *nya* grenar ett bär som Yin planerar att plocka.

Yin har räknat ut att en höst om några år kommer hon att kunna plocka exakt 500 bär. Vilket år kommer det vara?

3. Punkterna  $D$  och  $E$  ligger på kvartscirkeln  $AOB$  och  $C$  ligger på radien  $OA$ , och är sådana att:

- $OE$  är parallell med  $CD$ .
- $BC$  är parallell med  $EA$ .
- Vinkeln  $BCD$  är fyra gånger så stor som vinkeln  $OBC$ .

Bestäm vinkeln  $OBC$ .



Figur 1: Problem 3

*Var god vänd!*

4. I det niosiffriga talet KNEPIGAST är varje siffra 1–9 med en och endast en gång.  
Bestäm det största möjliga värdet av uttrycket

$$K^2 + 2N^2 + 3E^2 + 4P^2 + 5I^2 + 6G^2 + 7A^2 + 8S^2 + 9T^2$$

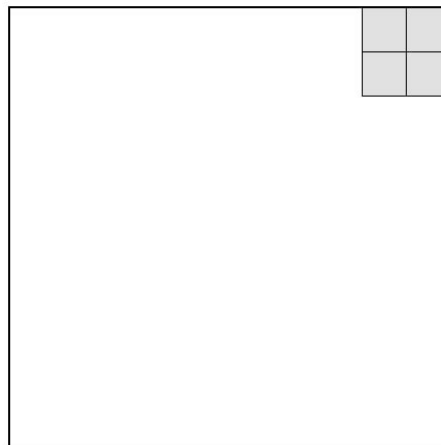
5. Årets HMT är den 37:e upplagan av tävlingen. För att fira detta vill Yin sätta ut 37 lampor i sin trädgård. Hon placerar lamporna enligt vissa regler:

- Varje lampa (från och med den andra) sätts exakt 5 meter från den förra lampan.
- Varje lampa (från och med den tredje) sätts exakt 8 meter från den förrförra lampan.
- Varje lampa (från och med den fjärde) sätts *minst* 8 meter från den förr-förr-förra lampan.

Hur långt är det mellan den första och den sista lampan?

6. Ett kvadratisk rutnät med sidan 45 består av 2025 rutor. Du har en uppsättning brickor som du vill använda för att täcka hela rutnätet: en  $1 \times 1$ -bricka, en  $2 \times 2$ -bricka, och 404 stycken  $1 \times 5$ -brickor.

Du börjar med att placera  $2 \times 2$ -brickan i det ena hörnet (se figur 2). Kan du därefter täcka hela rutnätet med resten av dina brickor?



Figur 2: Problem 6