

# HÖGSTADIETS MATEMATIKTÄVLING 2020/21

## KVALIFICERINGSTÄVLING 10 NOVEMBER 2020

**Skrivtid:** 120 minuter.

**Hjälpmedel:** Penna, sudd, linjal och passare. *Ej miniräknare.*

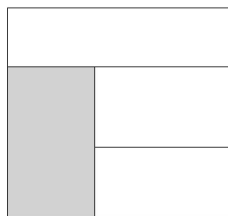
**Motivera alla lösningar, enbart svar ger inga poäng om inte annat anges.**

Lämna in allt du kommer fram till, även dellösningar. Skriv läsligt.

Varje lösning ger 0 – 3 poäng.

*Lycka till!*

1. Kvadraten nedan är uppdelad i fyra rektanglar med heltalssidor. Alla fyra rektanglar har dessutom samma area. Vilken är den minsta möjliga area som den skuggade rektangeln kan ha?



Figur 1: Problem 1

2. Elva och Trevor drar lappar med tal från ett stort säll.

Elva säger: *Jag fick två primtal. Om jag adderar dem blir det också ett primtal.*

Trevor säger: *Jag fick tre olika primtal, och om jag adderar dem får även jag ett primtal.*

Elva säger: *Titta, om jag tar ett av mina primtal och adderar det till din summa blir det ett primtal igen.*

Vilket är det minsta möjliga värdet på på Trevors summa?

3. Anders, Johan, Agnes, Lena och Björn spelar ett spel. Varje morgon gissar de om Norge kommer ändra (Ä) någon av alla sina gränsregler den dagen, eller om gränsreglerna förblir oförändrade (O). I tabellen i figur 2 syns deras gissningar och längst ner hur många rätt de hade.

Vilka dagar ändrade Norge sina gränsregler?

	Anders	Johan	Agnes	Lena	Björn
Dag 1	O	O	O	Ä	Ä
Dag 2	Ä	Ä	Ä	O	Ä
Dag 3	Ä	O	Ä	Ä	Ä
Dag 4	O	O	O	Ä	O
Dag 5	Ä	O	Ä	O	O
Dag 6	O	O	Ä	O	Ä
Dag 7	Ä	O	O	Ä	O
# rätt	5	4	3	3	3

Figur 2: Problem 3

*Var god vänd!*

4. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} h - 3 = 4(h + m + t) \\ m + 5 = 6(h + m + t) \\ t - 2 = 7(h + m + t) \end{cases}$$

5. I ett klotformat rum har vatten fyllts på i botten för att skapa en simbassäng, och exakt mitt i rummet hänger en lampa i en kedja från taket. En groda behöver simma exakt 20 meter från kanten, längs ytan, för att komma till bassängens mitt, och befinner sig då 21 meter under lampan.

Hur djup är simbassängen där den är som djupast?

6. Fabian har en massa rutnät, där vissa rutor är turkosa (även markerade med T) och resten är gredelina (även markerade med G). Varje morgon väljer han ett rutnät, och i varje turkos ruta skriver han in antalet gredelina rutor som gränsar till den (vågrätt eller lodrätt). Slutligen beräknar han summan av alla tal i rutnätet, och kallar denna  $A$ .

Därefter byter han färg på alla rutor i rutnätet (turkosa rutor blir gredelina och tvärtom) och gör samma beräkning igen, och kallar den summan för  $B$ . Till slut beräknar han differensen  $A - B$ , och kallar den för  $D$ .

G	T	T	T	G
G	T	G	G	G
G	T	T	G	G
G	T	G	G	G

Figur 3: Problem 6a

- a) Räkna ut  $D$  för rutnätet i figur 3.  
b) Visa att  $D$  har samma värde för alla möjliga rutnät och mönster.

Sponsorer

---



## MATEMATIKGYMNASIET

För dig som är intresserad av matematik och vill att din gymnasieutbildning ska vara intressant, utmanande och lärorik.

[www.dagy.danderyd.se](http://www.dagy.danderyd.se)

---