

HÖGSTADIETS MATEMATIKTÄVLING 2024/25

KVALIFICERINGSTÄVLING 6-12 NOVEMBER 2024

Skrivtid: 120 minuter.

Hjälpmedel: Penna, sudd, linjal och passare. *Ej miniräknare.*

Motivera alla lösningar, enbart svar ger inga poäng om inte annat anges.

Lämna in allt du kommer fram till, även dellösningar. Skriv läsligt.

Varje lösning ger 0 – 3 poäng. *Lycka till!*

OBS! Denna tävlingstext får *inte* tas med från kvalskrivningen. Tävlingstexten finns tillgänglig på HMTs hemsida, www.matematiktavling.org, efter den 12 november.

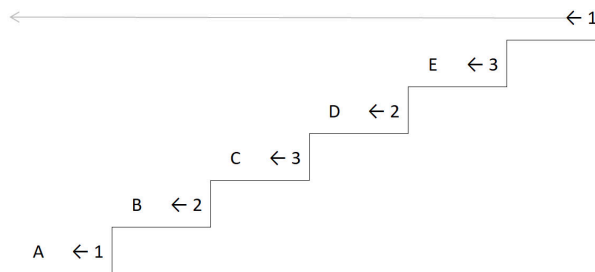
1. Yin har en cirkelformad japansk trädgård. Utlagda i trädgården finns 100 cirkulära markstenar. Markstenarnas radier är precis 1% så stora som hela trädgårdens radie.

Hur stor del av trädgården täcks av marksten?

2. För att komma upp till sin trädgård har Yin byggt en trappa med fem trappsteg. Varje trappsteg har höjd 1 dm (se figur 1). På de fem nedersta stegen (markerade A-E) har hon ställt växter, en växt på varje steg. De fem växterna har höjd 1, 2, 3, 4 respektive 5 dm. Vi vet inte vilken växt som står på vilket trappsteg.

Någon som gillar Yins trappa och växter är hennes ödla. Ödlan kan sitta på ett trappsteg och sträcka ut sin tunga rakt ut. Sitter den till exempel längst upp i trappan sträcker den ut tungan längs den gråa pilen. Hur många växter i trappan den når från varje trappsteg syns i figuren.

Vilken växt står på vilket trappsteg?



Figur 1: Problem 2

Endast svar krävs på detta problem!

3. Yin har glömt koden till låset på sitt växthus. Hon kommer ihåg att den är det minsta fysisiffriga tal N som både är delbart med 18 och där skillnaden mellan två på varandra följande siffror i N är 0 eller 1. Vilken är koden till Yins växthus?
4. I sin trädgård har Yin vackra runda stenar av sju olika stensorter. Hon har samlat två stenar av varje sort i en påse. Ur påsen drar hon en sten och går därefter och hämtar en likadan sten i trädgården och lägger båda stenarna i påsen igen. Därefter upprepar hon proceduren två gånger till. När hon lagt tillbaka stenarna efter den tredje gången, hur stor är sannolikheten att hon har minst fyra stenar av en och samma sort i påsen?

Var god vänd!

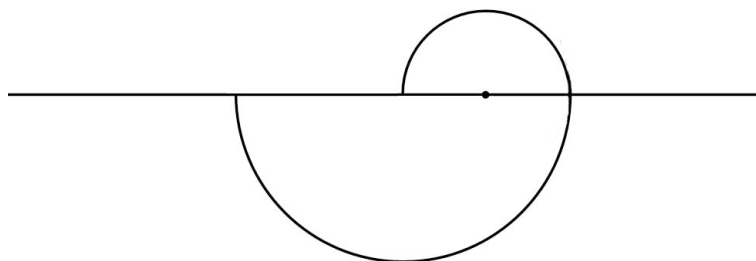
5. Yin har dragit en linje genom sin japanska trädgård. På ena sidan av den har hon lagt grus, på den andra sidan har hon lagt sand.

I sanden lägger Yin sedan ut små stenar i form av en halvcirkel med radie 1 dm, och med diametern längs linjen. Därefter lägger hon ut stenar i en halvcirkel med radie 2 dm i gruset. Denna halvcirkel börjar där den första halvcirkeln slutade, och rör sig tillbaka så att den slutar på linjen, men på motsatt sida om den första halvcirkeln (se figur 2).

Därefter lägger hon ut stenar i en halvcirkel med radie 3 dm i sanden, med startpunkt där den andra halvcirkeln slutade, och slutpunkt på linjen på andra sidan om de tidigare halvcirkelarna. På samma sätt fortsätter hon lägga stenar i halvcirkel med allt större radie, varannan i gruset och varannan i sanden, så att en sorts spiral bildas.

När hon lagt ut stenar i 7 halvcirkel tar hon ett stort kliv, från slutpunkten på den 7:e halvcirkeln, till den punkt på den 6:e halvcirkeln som är längst från linjen mellan sanden och gruset.

Hur långt steg tar hon?



Figur 2: Problem 5

6. Yin säljer vissa av sina stenar och lägger alla pengar hon tjänar i en påse. I påsen finns efter ett tag tvåkronor, femkronor, tiokronor och femtiolappar. En femtedel av mynten och sedlarna är femtiolappar, en fjärdedel är tiokronor, två sjundedelar är femkronor och resten är tvåkronor.

Vilket är det minsta värde som mynten och sedlarna kan ha tillsammans?



MATEMATIKGYMNASIET

För dig som är intresserad av matematik och vill att din gymnasieutbildning ska vara intressant, utmanande och lärorik.

www.dagy.danderyd.se
